

УДК 378.004.94

DOI <https://doi.org/10.24919/2308-4863.5/27.204504>**Любов ТЮТЮН,***orcid.org/0000-0001-9466-874*

кандидат педагогічних наук, доцент,

доцент кафедри математики та інформатики

Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського

(Вінниця, Україна) *lyubov.tyutyun@gmail.com***Олена СОЯ,***orcid.org/0000-0002-0937-299X*

кандидат педагогічних наук,

старший викладач кафедри математики та інформатики

Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського

(Вінниця, Україна) *soya.o.m@gmail.com***Анастасія МЕЛЬНИК,***orcid.org/0000-0003-4961-6415*

студентка факультету математики, фізики, комп'ютерних наук і технологій

Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського

(Вінниця, Україна) *anastasyam1908@gmail.com***Олександр ПАШКІВСЬКИЙ,***orcid.org/0000-0002-1768-2584*

студент факультету математики, фізики, комп'ютерних наук і технологій

Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського

(Вінниця, Україна) *pashkivskiy-o-v@ukr.net*

## ВИКОРИСТАННЯ СУЧАСНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ДЛЯ РЕАЛІЗАЦІЇ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ У ПІДГОТОВЦІ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ

У статті теоретично обґрунтовано й практично реалізовано технологію використання обчислювальних експериментів у підготовці здобувачів вищої освіти на прикладі комп'ютерного моделювання алгоритмів наближеного інтегрування функцій, заданих графічно або таблично. Актуальність дослідження зумовлена необхідністю пошуку нових шляхів для підвищення якості навчання здобувачів вищої освіти в умовах інтенсивного впровадження інформаційних технологій в освітній процес закладів вищої освіти, зокрема, завдяки активному використанню обчислювальних експериментів у підготовці майбутніх фахівців із різних галузей знань. Авторами проаналізовано науково-методичні джерела з проблем забезпечення якості вищої освіти з метою виявлення актуальних напрямів впровадження результатів дослідження; систематизовано теоретичні знання для постановки задачі дослідження, розглянуті теоретичні основи чисельного, зокрема графічного інтегрування функцій; побудовано математичну й комп'ютерну моделі обчислювального експерименту в динамічному геометричному середовищі GeoGebra та системі комп'ютерної алгебри Maxima; розроблено навчально-методичний супровід за темою дослідження у вигляді відеоуроку за допомогою програми для створення скріншотів і захоплення відео з екрану монітора Bandicam та вільного багатоплатформеного редактора звукових файлів Audacity для самостійного опанування технологією графічного інтегрування функцій в Geogebra. Основні результати дослідження будуть корисними науковцям-дослідникам, вчителям, викладачам, учням, студентам, а також усім, хто цікавиться сучасними тенденціями використання інформаційно-комунікаційних технологій в освіті, і можуть бути використані у процесі опанування освітніх компонентів здобувачами вищої освіти, під час проведення фахових обчислювальних експериментів із математики, фізики, економіки, хімії, біології та інших галузей знань, для забезпечення практичної підготовки майбутніх фахівців з інформатики, у процесі виконання курсових та кваліфікаційних робіт студентами в закладах вищої освіти.

**Ключові слова:** обчислювальний експеримент, здобувач вищої освіти, комп'ютерне моделювання, наближене інтегрування функцій.

**Lyubov TYUTYUN,**

*orcid.org/0000-0001-9466-874*

*Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,  
Associate Professor of Mathematics and Computer Science Department  
Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University  
(Vinnytsia, Ukraine) lyubov.tyutyun@gmail.com*

**Olena SOIA,**

*orcid.org/0000-0002-0937-299X*

*Candidate of Pedagogical Sciences,  
Senior Lecturer of Mathematics and Computer Science Department  
Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University  
(Vinnytsia, Ukraine) soya.o.m@gmail.com*

**Anastasia MELNYK,**

*orcid.org/0000-0003-4961-6415*

*Student at the Department of Mathematics, Physics, Computer Science and Technology  
Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University  
(Vinnytsia, Ukraine) anastasyam1908@gmail.com*

**Oleksandr PASHKOVSKY,**

*orcid.org/0000-0002-1768-2584*

*Student at the Department of Mathematics, Physics, Computer Science and Technology  
Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University  
(Vinnytsia, Ukraine) pashkivskiy-o-v@ukr.net*

## THE USE OF MODERN TECHNOLOGIES FOR THE IMPLEMENTATION OF COMPUTATIONAL EXPERIMENTS IN THE PREPARATION OF HIGHER EDUCATION APPLICANTS

*The article theoretically substantiates and practically implements the technology of using computational experiments in preparation for those who have pursued higher education on the example of computer modeling of algorithms for approximate integration of tabular or graphic functions. The relevance of the study is due to the need to find new ways in improving the quality of training the recipients of higher education under heavy intensification of information technologies in educational process of higher education institutions, notably, by using computational experiments in the training of future specialists from different fields of knowledge. The authors analyzed scientific and methodological sources on the problems of ensuring the quality of higher education in order to identify relevant areas of implementation of the research results; the theoretical knowledge for setting the research problem is systematized, the theoretical foundations of numerical, in particular, graphical integration of functions are considered; mathematical and computer models of the computational experiment in the dynamic geometric environment GeoGebra and the computer algebra system Maxima are constructed; and also developed an educational and methodological support for the research topic in the form of a video tutorial using the program for creating screenshots and capturing video from the monitor screen Bandicam and the free multi-platform audio file editor Audacity for self-mastering the technology of graphical integration of functions in Geogebra. The main results of the research will be useful for researchers, teachers, students, and anyone interested in the current trends of using the information and communication technologies in education, and can be used in the process of mastering educational components by applicants of higher education; during professional computational experiments in mathematics, physics, economics, chemistry, biology, and other fields of knowledge; to provide practical training for future specialists in computer science; in the process of completing course and qualification work by students in higher education institutions.*

**Key words:** *computational experiment, higher education applicant, computer modeling, approximate integration of functions.*

**Постановка проблеми.** В умовах стрімкого розвитку інформаційного суспільства питання удосконалення підготовки здобувачів вищої освіти потребує постійної уваги. Актуальним завданням є формування в студентів системи фахових та ІКТ-компетентностей, що забезпечить їм змогу розв'язувати професійні завдання в умовах інтен-

сивного впровадження інформаційних технологій в освітній процес закладів вищої освіти (ЗВО).

На сучасному етапі розвитку науки та освіти невід'ємною складовою частиною будь-якого дослідження є використання комп'ютерної техніки з відповідним програмним забезпеченням чи доступом до мережі Інтернет. Комп'ютерне

моделювання як метод розв'язування задач аналізу й синтезу складних систем (Кветний та ін., 2012: 27) ґрунтується на використанні комп'ютерної моделі досліджуваного процесу чи явища. Тому для успішного вирішення будь-якої проблеми дослідницького характеру необхідно здійснити постановку задачі та вибрати оптимальний метод її розв'язування.

Комп'ютерний напрям моделювання називається обчислювальним експериментом – «це методологія дослідження, заснована на вивченні математичної (інформаційної) моделі за допомогою логіко-математичних алгоритмів на комп'ютері» (Кветний та ін., 2012: 27).

Активне використання обчислювальних експериментів у підготовці майбутніх фахівців із різних галузей знань вирішує гостру потребу пошуку нових шляхів підвищення якості навчання здобувачів вищої освіти.

**Аналіз досліджень.** На основі вивчення наукової літератури з'ясовано, що питання професійної підготовки здобувачів вищої освіти засобами комп'ютерного моделювання розкриті в працях Л. Білоусової, Р. Горбатюка, С. Семерікова, В. Соловійова, І. Теплицького, О. Теплицького, С. Хазіної та інших науковців (Теплицький та ін., 2015). Зокрема, в роботах Д. Бичкової, Л. Шенгелії показана інтегративна роль комп'ютерного моделювання. Теоретичною основою дослідження стали роботи в області моделювання та обчислювальної математики Т. Вакалюк, Б. Демидовича, О. Кривоноса, Б. Ляшенка, І. Марона (Ляшенко та ін., 2014: 66–71, 133–135; Демидович та ін., 1960: 562–634).

Науковці наголошують, що одним із шляхів вирішення питання ефективності опанування освітніх компонентів в умовах підвищення рівня комп'ютеризації суспільного життя, зростання інформаційного обміну, інтенсивного розвитку ринку освітніх послуг є застосування комп'ютерного моделювання. З іншого боку, погоджуємося з думкою Р. Горбатюка, що алгоритми комп'ютерного моделювання не завжди дають змогу власноруч використовувати й відпрацювати наявні математичні методи аналітичного та чисельного розв'язування задач, проте дають змогу імітувати процес функціонування складних систем та здійснювати вимірювання й аналіз необхідних величин і характеристик об'єкта дослідження (Горбатюк, 2015: 36).

М. Дубовик зауважує, що основні етапи розв'язування задачі із застосуванням комп'ютера можна розглядати як один технологічний цикл обчислювального експерименту. Оскільки багато

процесів і явищ, що відбуваються в природі й техніці, економічних і соціальних системах, описуються складними математичними співвідношеннями, в такому експерименті математична модель є лише описом модельованого процесу мовою математики. Науковець наголошує, що важливою властивістю саме комп'ютерних математичних моделей є можливість візуалізації результатів розрахунків завдяки використанню комп'ютерної графіки. Найважливішою умовою для кращого розуміння результатів дослідження є їх представлення в наочному вигляді (Дубовик, 2011: 217, 219). Тому під час написання цієї статті враховано попередній досвід авторів (Мельник та ін., 2019: 177–182).

**Мета статті** – теоретично обґрунтувати й практично реалізувати технологію використання обчислювальних експериментів у підготовці здобувачів вищої освіти на прикладі комп'ютерного моделювання алгоритмів наближеного інтегрування функцій.

**Виклад основного матеріалу.** З точки зору практичного застосування серед найпоширеніших задач, що потребують ґрунтовного вивчення наукового апарату та мають широку прикладну спрямованість, є такі, що зводяться до інтегрування функцій. Їх вивчення розпочинається в старшій школі й продовжується у ЗВО. Постановка задачі формулюється у вигляді інформаційної, потім математичної, після комп'ютерної моделі, залежно від напрямів застосування визначеного інтеграла в закладах освіти.

Визначений інтеграл використовується для розв'язування задач із математики (площа плоскої фігури; площа поверхні обертання; об'єм тіла обертання; довжина дуги кривої), фізики (шлях, переміщення за відомим законом зміни швидкості; маса неоднорідного стержня та координати центра мас; робота змінної сили; задача про силу тиску рідини на стінки посудини; електричний заряд, що проходить через переріз провідника при зміні сили струму), економіки (знаходження капіталу (основних фондів) за відомими чистими інвестиціями (капіталовкладеннями)), хімії та біології (концентрація речовини; приріст кількості речовини, що вступила в реакцію за певний проміжок часу) тощо. Таким чином, під час розв'язування задач прикладного характеру в студентів виникає потреба обчислювати значення визначеного інтеграла у визначеній точці. Але лише в небагатьох випадках експериментальним шляхом можна отримати аналітичний вигляд залежності величин. У процесі проведення експериментів науковцям часто доводиться досліджувати поведінку інтеграла чи шукати в точці значення визначеного

інтеграла, оперуючи табличними даними (множиною точок) або ж представленими у вигляді графіка функції. Існують й інші чинники економічного й фізичного характеру, що спонукають дослідників використовувати в експериментальній роботі комп'ютерні моделі процесів і явищ.

У ЗВО активно використовуються ліцензійні та безплатні системи комп'ютерної математики та прикладне програмне забезпечення, що дають змогу розв'язувати широке коло професійних задач. Під час складання та реалізації алгоритмів, окрім вбудованих функцій, використовуються методи наближених обчислень.

Виділяють аналітичні, чисельні й графічні методи розв'язування задач. Вони мають переваги й недоліки, зокрема щодо точності знаходження розв'язків. Питання про застосування того чи іншого методу вирішується з урахуванням специфічних особливостей поставленої задачі та вимог щодо її реалізації. Зауважимо, що графічні методи обчислення якнайкраще демонструють принцип візуалізації навчання. Зазвичай їх алгоритми доволі прості, але ступінь точності безпосередньо залежить від того, настільки повною інформацією володіє дослідник. Однією з переваг графічних методів є наочність взаємозв'язків між досліджуваними величинами. Вони дають змогу розв'язати поставлені задачі, як не вдаючись до складних і трудомістких розрахунків, так і якщо деякі залежності не завжди можна подати в аналітичному вигляді.

Зокрема, задача чисельного інтегрування функції полягає в обчисленні значення визначеного інтеграла на основі ряду значень підінтегральної функції (Ляшенко та ін., 2014: 66–71, 133–135; Демидович та ін., 1960: 562–634). Графічне інтегрування є найкращим способом візуалізації загальної поведінки визначеного інтегралу від функцій, заданих аналітично, таблично або графічно (Демидович та ін., 1960: 624–627).

Розглянемо технологію використання обчислювальних експериментів у підготовці здобувачів вищої освіти на прикладі графічного інтегрування.

Задача графічного інтегрування полягає в тому, щоб за графіком неперервної функції  $y = f(x)$  побудувати графік функції її первісної

$$F(x) = \int_a^x f(x) dx.$$

Тобто необхідно побудувати таку криву  $y = F(x)$ , ордината в кожній точці якої чисельно дорівнює площі криволінійної трапеції з основою  $[a; x]$ , обмеженої заданою кривою  $y = f(x)$ .

Теоретичною основою для реалізації графічного інтегрування за допомогою сучасних інформаційних технологій є фундаментальні дослідження з прикладної математики Б. Демидовича (рис. 1).

Для наближеної побудови графіка первісної  $y = F(x)$  необхідно розбити область абсцис кривої  $y = f(x)$  точками  $x_0, x_1, \dots$  ( $a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots$ ).

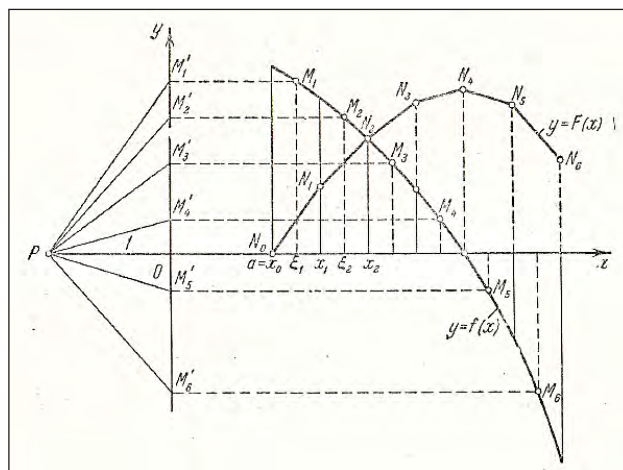


Рис. 1. Геометрична інтерпретація графічного інтегрування

Нехай  $M_1(\xi_1; f(\xi_1))$ ,  $M_2(\xi_2; f(\xi_2))$ , ... – відповідні точки кривої  $y = f(x)$ , де  $\xi_i (i = 1, 2, \dots) \in [x_{i-1}; x_i]$ . Проектуючи їх на вісь  $Oy$ , одержимо точки  $M_1', M_2', \dots$

Оберемо еталонну точку  $P$  (відстань  $OP = 1$ ) й проведемо промені  $PM_1', PM_2', \dots$ . Знаходимо первісну функції  $y = f(x)$ . Криву  $y = F(x)$  наближено можна замінити ламаною  $N_0N_1N_2N_3\dots$  з вершинами  $N_0(x_0; 0)$ ,  $N_1(x_1; F(x_1))$ ,  $N_2(x_2; F(x_2))$ , ... . Відповідні відрізки цієї ламаної паралельні до відповідних променів, а саме:  $N_0N_1 \parallel PM_1'$ ,  $N_1N_2 \parallel PM_2'$ ,  $N_2N_3 \parallel PM_3'$ , ... . З огляду на побудову кутів коефіцієнт будь-якого променя  $OM_i'$  дорівнює  $k_i' = \frac{f(\xi_i)}{1} = f(\xi_i)$ . Отже  $N_{i-1}N_i \parallel OM_i'$  ( $i = 1, 2, \dots$ ).

Таким чином, щоб побудувати графік функції  $y = F(x)$ , необхідно послідовно з усіх точок  $N_i(x_i; 0)$  провести прямі  $N_iN_{i+1}$ , паралельні до променів  $OM_i'$ , до перетину в точках  $N_i$  з вертикалями  $x = x_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ).

Зауважимо, що під час реалізації методу графічного інтегрування точки  $x_i (i = 0, 1, \dots)$  не обов'язково брати рівновіддаленими (Демидович та ін., 1960: 624–627).

Дослідимо технологію реалізації цього методу в динамічному геометричному середовищі GeoGebra (GeoGebra, 2020).

*Постановка задачі.* Нехай функція задана графічно на відрізку  $[0; 3,5]$  (рис. 2). Побудувати графік інтегральної кривої  $F(x) = \int_0^x f(x) dx, 0 \leq x \leq 3,5$ . За графіком обчислити значення визначеного інтеграла  $\int_0^{3,5} f(x) dx$ .

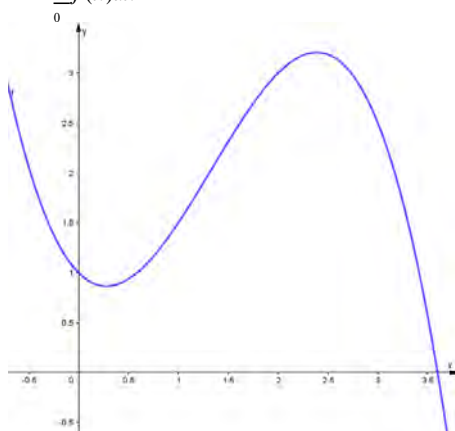


Рис. 2. Підінтегральна функція, задана графічно

*Стратегія розв'язання:*

1. Розіб'ємо проміжок  $[0; 3]$  точками на частини (рис. 3):

$M_i$	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$	$M_6$	$M_7$	$M_8$
$x_i$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
$y_i$	1	0,94	1,49	2,32	3	3,19	2,5	0,56

2. Відкладаємо по лівий бік від осі ординат на осі абсцис одиничний відрізок, маємо точку  $P(-1; 0)$  (рис. 3).

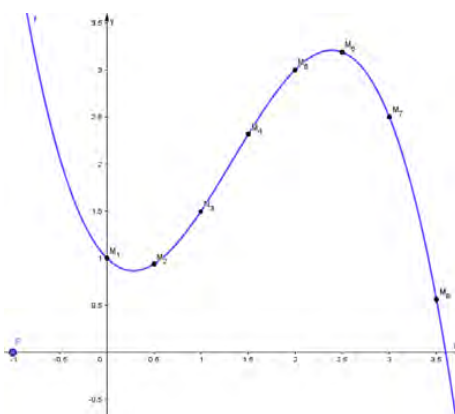


Рис. 3. Розбиття графіка підінтегральної функції точками на частини

Із кожним відрізком  $[x_i; x_{i+1}]$  ( $i = \overline{1, 7}$ ) виконаємо алгоритм графічного інтегрування (покажемо на прикладі відрізка  $[0; 0,5]$ ).

3. Знаходимо точку на графіку функції з абсцисою  $x = 0,25$  (середина  $[0; 0,5]$ ) (точка  $B$ ). Проектуємо цю точку на вісь ординат. Отримаємо точку  $M'_1$ . Проводимо пряму  $PM'_1$  (рис. 4). Через точку  $N_1(0; 0)$  (проекція точки  $M_1$  на вісь абсцис) прово-

димо відрізок  $N_1N_2 \parallel PM'_1$  (абсциси точок  $M_2$  і  $N_2$  однакові). Відрізок  $N_1N_2$  є частиною ламаної  $N_1N_2N_3N_4N_5N_6N_7N_8$ , наближеної до графіка функції  $y = F(x)$ .

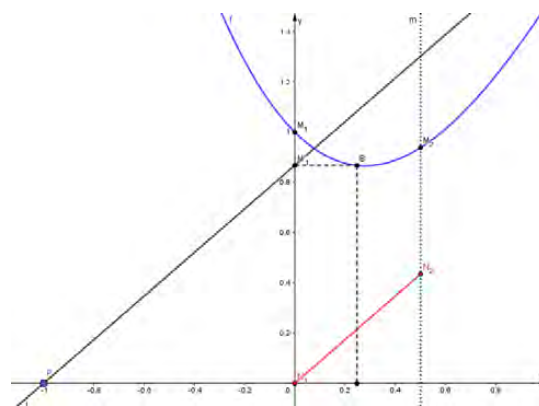


Рис. 4. Проекція точки  $B$  на вісь ординат та побудова відрізка ламаної

4. Аналогічні міркування реалізуємо з відрізком  $[0,5; 1]$  (рис. 5).

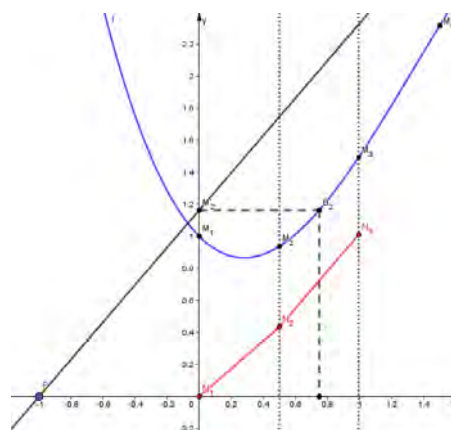


Рис. 5. Етап побудови відрізка ламаної

5. Міркуючи аналогічно, отримаємо ламану  $N_1N_2N_3N_4N_5N_6N_7N_8$ , яка є наближеною до графіка шуканої функції  $y = F(x)$  (рис. 6).

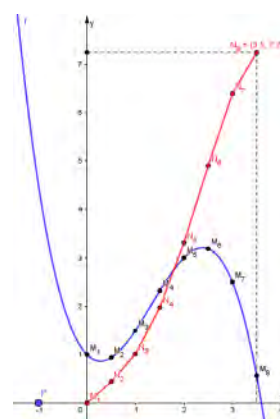


Рис. 6. Графіки підінтегральної функції та її інтегральної кривої

Таким чином, за допомогою інструментарію динамічного геометричного середовища GeoGebra ми продемонстрували технологію побудови графіка інтегральної кривої від функції, заданої графічно. Вирахуємо за графіком значення визначеного інтеграла  $\int_0^{3,5} f(x)dx$ . Оскільки  $N_8(3,5; 7,25)$  (рис. 6), то  $\int_0^{3,5} f(x)dx = 7,25$ .

Перевіримо достовірність виконання графічного інтегрування. З цією метою ще на нульовому кроці під час постановки задачі ми використали графік функції  $f(x) = -0,5x^3 + 2x^2 - x + 1$ . Отже, знайдемо визначений інтеграл

$$\int_0^{3,5} (-0,5x^3 + 2x^2 - x + 1)dx = \left( -\frac{0,5}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x \right) \Big|_0^{3,5} \approx 7,2005$$

Отже, відносна похибка склала

$$\delta = \left| \frac{x_H - x_T}{x_T} \right| = \left| \frac{7,25 - 7,2005}{7,2005} \right| \approx 0,00687,$$

де  $x_H$  – наближене значення інтеграла, знайдене за допомогою графічного інтегрування в GeoGebra,  $x_T$  – його точне значення. Таким чином, комп'ютерна модель реалізації графічного інтегрування засвідчила досить високий рівень точності цього методу.

Для функцій, заданих таблично, зручно використовувати інструментарій системи комп'ютерної алгебри Maxima (Maxima, 2020).

Розглянемо попередню задачу (рис. 7).

Зауважимо, що точність графічного інтегрування для функцій, заданих графічно або таблично, прямо пропорційно залежить як від кількості точок, що задають підінтегральну функцію, так і від точності задання самих точок розбиття. Для зменшення похибки побудови графіка інтегральної кривої варто обов'язково використовувати відомості про нулі підінтегральної функції, точки її екстремуму та перегику тощо.

Реалізація подібних обчислювальних експериментів можлива завдяки використанню алгоритмів обчислювальної математики. Сучасні ж інформаційно-комунікаційні технології дають змогу їх візуалізувати за допомогою комп'ютера.

Нами розроблено навчально-методичний супровід за темою дослідження, з яким можна ознайомитись на сайті кафедри математики та інформатики ([https://fmft.vspu.edu.ua/кафедра математики та інформатики/](https://fmft.vspu.edu.ua/кафедра_математики_та_інформатики/)). Розроблено відеоурок для самостійного опанування технології графічного інтегрування функцій у Geogebra за допомогою програмних середовищ Bandicam, програми для створення скріншотів і захоплення відео з екрану монітора (Bandicam,

2020), Audacity, вільного багатоплатформеного редактора звукових файлів, орієнтованого на роботу з кількома доріжками, що дає змогу виконувати такі функції, як редагування звукових файлів (Audacity, 2020). У додатку чітко описано кожен крок алгоритму обчислення визначеного інтеграла функції на заданому проміжку. Для перевірки правильності всіх розв'язків наведено реальний приклад обчислення визначеного інтегралу функції. Цільова аудиторія – це науковці-дослідники, вчителі, викладачі, учні, студенти, а також усі, хто цікавиться сучасними тенденціями використання інформаційно-комунікаційних технологій в освіті.

**Висновки.** Методи наближених обчислень використовуються в багатьох галузях науки й освіти. У ЗВО вивчаються безліч методів чисельного інтегрування і не можна виділяти кращі чи гірші методи – все залежить від середовища, в якому здійснюється постановка конкретної задачі, оскільки деякі методи застосовуються саме для певної множини практичних задач. Щодо графічного інтегрування, то його доцільно використовувати в тому випадку, коли у процесі деякого науково- чи навчально-дослідницького експерименту аналітичний вигляд функціональної залежності невідомий або доволі громіздкий і дослідник оперує даними у вигляді множини точок або графіком невідомої залежності.

Суттєвою перевагою реалізації графічного інтегрування засобами комп'ютерного моделювання є змога усунути похибки виконання всіх побудов за допомогою лінійки й олівця. Натурні експерименти на реальних об'єктах замінюються віртуальними. Затрати на різні комп'ютерні експерименти набагато менші, а прикладний інструментарій досить широкий й постійно розвивається. Масштаби обчислювальних експериментів дослідник може обирати самостійно. Він має можливість проведення багаторазових дослідів із поступовими змінами вхідних даних.

Однак при цьому не варто перебільшувати можливостей комп'ютерного моделювання, адже воно є лише важливим допоміжним засобом проведення наукового чи навчального дослідження. Це, своєю чергою, вимагає правильного відбору змісту навчання відповідно до дидактичних можливостей засобів інформаційних технологій навчання, прогнозу можливого впливу інформаційних технологій на характер мислення і поведінки учасників освітнього процесу тощо.

□ 1 Протабулюємо підінтегральну функцію  $f(x)$  й задамо множину точок

```
(%i1) g:[[0.25, 0.8671875], [0.75, 1.1640625], [1.25, 1.8984375], [1.75, 2.6953125],
        [2.25, 3.1796875], [2.75, 2.9765625], [3.25, 1.7109375]]$
```

□ 2 Знайдемо многочлен Лагранжа

```
(%i2) load("interpol")$
```

```
(%i3) lagrange(g);
```

```
(%o3) 0.152083333333333(x-2.75)(x-2.25)(x-1.75)(x-1.25)(x-0.75)(x-0.25)-1.5875(x-3.25)(x-2.25)(x-1.75)(x-1.25)(x-0.75)(x-0.25)+4.23958333333333(x-3.25)(x-2.75)(x-1.75)(x-1.25)(x-0.75)(x-0.25)-4.79166666666666(x-3.25)(x-2.75)(x-2.25)(x-1.25)(x-0.75)(x-0.25)+2.53125(x-3.25)(x-2.75)(x-2.25)(x-1.75)(x-0.75)(x-0.25)-0.620833333333333(x-3.25)(x-2.75)(x-2.25)(x-1.75)(x-1.25)(x-0.25)+0.0770833333333332(x-3.25)(x-2.75)(x-2.25)(x-1.75)(x-1.25)(x-0.75)
```

□ 3 Спростимо вираз

```
(%i4) expand(ratsimp(%)), numer$
```

□ 4 Задамо функцію  $f(x)$

```
(%i5) f(x):='%', float;
```

```
(%o5) f(x):=-0.5 x^3+2.0 x^2-1.0 x+1.0
```

□ 5 Знайдемо первісну

```
(%i6) integrate(f(x), x);
```

```
(%o6) -0.125 x^4+0.666666666666666 x^3-0.5 x^2+1.0 x
```

□ 6 Задамо функцію первісної

```
(%i7) F(x):='%', float;
```

```
(%o7) F(x):=-0.125 x^4+0.666666666666666 x^3-0.5 x^2+1.0 x
```

□ 7 Знайдемо визначений інтеграл

```
(%i8) integrate(f(x), x, 0, 3.5), numer;
```

```
(%o8) 7.20052083333333
```

□ 8 Побудуємо графіки функцій  $f(x)$  і  $F(x)$

```
(%i9) wxplot2d([f(x), F(x)], [x, 0.5, 3.5])$
```

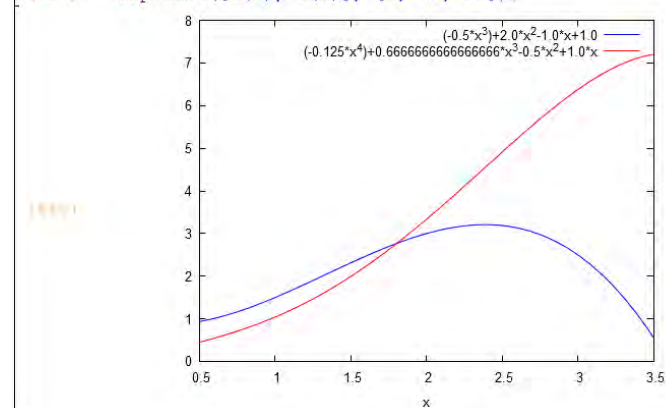


Рис. 7. Реалізація графічного інтегрування за допомогою Maxima

### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Комп'ютерне моделювання систем та процесів. Методи обчислень. Частина 1 : навч. посібник / Р. Н Кветний, І. В Богач, О. Р. Бойко, О. Ю. Софіна, О. М. Шушура; за заг. ред. Р. Н. Кветного. Вінниця : ВНТУ, 2012. 193 с.

2. Теплицький О. І., Теплицький І. О., Семеріков С. О., Соловійов В. М. Професійна підготовка учителів природничо-математичних дисциплін засобами комп'ютерного моделювання: соціально-конструктивістський підхід : монографія. Кривий Ріг : Видавничий відділ ДВНЗ «Криворізький національний університет», 2015. 278 с.
3. Ляшенко Б. М., Кривонос О. М., Вакалюк Т. А. Методи обчислень : навч.-метод. посібник. Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2014. 366 с.
4. Демидович Б. П., Марон І. А. Основы вычислительной математики : учеб. пособие. Москва : ГИФМЛ, 1960. 656 с.
5. Горбатюк Р. М. Комп'ютерне моделювання у підготовці фахівців з вищою освітою. *Ukrainian Journal of Educational Studies and Information Technology*. 2015. Vol. 1, № 1. С. 33–42.
6. Дубовик М. О. Обчислювальний експеримент та його графічне моделювання. *Інформаційні технології в освіті*. Херсон, 2011. Вип. 10. С. 216–223. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/itvo\\_2011\\_10\\_32](http://nbuv.gov.ua/UJRN/itvo_2011_10_32)
7. Мельник А., Соя О., Тютюн Л. Розв'язування задачі графічного диференціювання за допомогою динамічного геометричного середовища GeoGebra. *Математика та інформатика у вищій школі : виклики сучасності* : збірник наук. праць за матеріалами Всеукр. наук.-практ. конф., м. Вінниця, 15–16 травня 2019 р. Вінниця, 2019. С. 177–182.
8. GeoGebra. *Веб-сайт*. URL: <https://www.GeoGebra.org> (дата звернення: 15.01.2020).
9. Maxima, a Computer Algebra System. *Веб-сайт*. URL: <http://maxima.sourceforge.net> (дата звернення: 15.01.2020).
10. Bandicam. *Веб-сайт*. URL: <https://www.bandicam.com/ua> (дата звернення: 20.01.2020).
11. Audacityteam. *Веб-сайт*. URL: <https://www.audacityteam.org> (дата звернення: 20.01.2020).

#### REFERENCES

1. Kvietyni R. N., Bohach I. V., Boiko O. R., Sofyna O. Yu., Shushura O. M. In R. N. Kvietyni (Ed.). *Kompiuterne modeliuвання system ta protsesiv. Metody obchyslen* [Computer simulation of systems and processes. Computing methods]. Vinnytsia, VNTU, 2012, Part 1, 193 p. [in Ukrainian].
2. Teplytskyi O. I., Teplytskyi I. O., Semerikov S. O., Soloviov V. M. Profesiina pidhotovka uchyteliv pryrodnycho-matematychnykh dystsyplin zasobamy kompiuternoho modeliuвання: sotsialno-konztruktyvistykyi pidkhid [Professional teachers training in math and science using computer simulation: a socially constructive approach]. Kryvyi Rih, Publishing Department of Kryvyi Rih National University, 2015. 278 p. [in Ukrainian].
3. Liashenko B. M., Kryvonos O. M., Vakaliuk T. A. Metody obchyslen [Computing methods]. Zhytomyr, ZhSU named after I. Franko, 2014, 366 p. [in Ukrainian].
4. Demidovich B. P., Maron I. A. Osnovy vychyslitelnoi matematyky [Fundamentals of computational mathematics]. Moscow, GIFML, 1960, 656 p. [in Russian].
5. Horbatiuk R. M. Kompiuterne modeliuвання u pidhotovtsi fakhivtsiv z vyshchoiu osvitoiu [Computer simulation in training professionals with higher education]. *Ukrainian Journal of Educational Studies and Information*. 2015. Vol. 1. Nr 1, pp. 33–42 [in Ukrainian].
6. Dubovyk M. O. Obchysliuvalnyi eksperyment ta ioho grafichne modeliuвання [Computation experiment and its graphical modeling]. *Information technology in education*. 2011. Vol. 10, pp. 216–223 [in Ukrainian].
7. Melnyk A., Soia O., Tiutiun L. Rozv'язuvannya zadachi hrafichnoho dyferentsiiuvannya za dopomohoiu dynamichnoho heometrychnoho seredovishcha GeoGebra [Resolution of the graphical differentiation problem through GeoGebra's dynamic geometrical environment]. Vinnytsia, Mathematics and Informatics in Higher Education : Challenges of the Modern World. 2019, pp. 177–182 [in Ukrainian].
8. GeoGebra. URL: <https://www.GeoGebra.org>.
9. Maxima, a Computer Algebra System. URL: <http://maxima.sourceforge.net>.
10. Bandicam. URL: <https://www.bandicam.com/ua>.
11. Audacityteam. URL: <https://www.audacityteam.org>.