

Сергій СЕМЕНЕЦЬ,

orcid.org/0000-0003-2733-0539

*доктор педагогічних наук, професор,
професор кафедри фізики та вищої математики
Державного університету «Житомирська політехніка»
(Житомир, Україна) sergij.semenets@gmail.com*

ДУАЛЬНА ПРИРОДА МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ: ТРИВИМІРНА СТРУКТУРА ЗОВНІШНЬОГО ПРОЯВУ

Запровадження Концепції Нової української школи, розбудова школи компетентностей детермінують новітнє наукове переосмислення змісту й структури математичної компетентності, її проявів і чинників розвитку. Нині актуальними є дослідження, що акцентують увагу на феноменологічних характеристиках якості особистості, які прискорюють або гальмують процес оволодіння математичною компетентністю, студіюють як зовнішні, так і внутрішні її прояви.

У представленій роботі концептуальним є положення про дуальну природу математичної компетентності, у якій двоїстість проявів віддзеркалюється соціально прийнятими та індивідуально-психологічними вимірами особистості. Її мета полягає у визначенні структури й змістових характеристик зовнішнього прояву математичної компетентності. Для цього застосовано методи змістово-теоретичного й структурно-системного аналізу, абстрагування і теоретичного моделювання, сходження від абстрактного (загального) до конкретного (часткового), ранжування та узагальнення. Послугуючись родовими категоріями (компетентність, компетенції), сформульовано авторські визначення математичної компетентності й математичної компетенції.

Обґрунтовано, що зовнішній прояв математичної компетентності має три базові виміри. Тривимірна структура зовнішнього прояву математичної компетентності представляється змістово-теоретичним, процесуально-діяльним і референтно-комунікативним вимірами, кожен із яких уміщує ієрархічно визначені показники. З'ясовано, що на змістово-теоретичному вимірі превалюють математичні моделі, на процесуально-діяльному – логіко-математичні вміння, а референтно-комунікативний вимір найбільшою мірою розкриває асертивність поведінки в математичній діяльності.

Моделювання зовнішніх вимірів математичної компетентності реалізовано через просторову декартову інтерпретацію, в якій координатні осі визначають змістово-теоретичний, процесуально-діяльний і референтно-комунікативний виміри, а координати точок (абсциса, ордината, апліката) відповідають місцю й значенню тих чи інших характеристик (показників) досліджуваного феномена.

Ключові слова: математична компетентність, дуальна природа, зовнішній прояв, тривимірна структура.

Sergiy SEMENETS,

orcid.org/0000-0003-2733-0539

*Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
Professor of the Department of Physics and Higher Mathematics
Zhytomyr Polytechnic State University
(Zhytomyr, Ukraine) sergij.semenets@gmail.com*

THE DUAL NATURE OF MATHEMATICAL COMPETENCE: A THREE-DIMENSIONAL CULTURE OF EXTERNAL MANIFESTATION

The establishment of the Concept of the New Ukrainian School, the development of the school of competencies determine the latest scientific rethinking of the content and structure of mathematical competence, its manifestations and development factors. Nowadays the relevant researches are those, that are focused on the phenomenological characteristics of personal qualities, which accelerate or slow down the process of mastering mathematical competence, study both its external and internal manifestations.

In the presented work, the concept of the dual nature of mathematical competence is conceptual, in which the duality of manifestations is reflected by socially accepted and individual psychological dimensions of the personality. Its purpose is to determine the structure and substantial characteristics of the external manifestation of mathematical competence. For this, methods of substantive-theoretical and structural-system analysis, abstraction and theoretical modeling, ascent from abstract (general) to concrete (partial), ranking and generalization are applied. Using the generic categories (competence, competencies), the author's definitions of mathematical competence and mathematical competence are formulated.

It is proved that the external manifestation of mathematical competence has three basic dimensions. The three-dimensional structure of the external manifestation of mathematical competence seems to be substantive-theoretical,

process-active and referential-communicative measurements, each of which contains hierarchically defined indicators. It was found out that mathematical models prevail on the substantive theoretical dimension, logical and mathematical skills in the process-active dimension, and the reference-communicative dimension most reveals the assertiveness of behavior in mathematical activity.

The modeling of external measurements of mathematical competence is implemented through a spatial Cartesian interpretation, in which the coordinate axes determine the substantive-theoretical, process-active and reference-communicative measurements, and the coordinates of the points (abscissa, ordinate, applicant) correspond to the place and value of certain characteristics (indicators) of investigated phenomenon.

Key words: *mathematical competence, dual nature, external manifestation, three-dimensional structure.*

Постановка проблеми. Нові соціальні замовлення на конкурентоздатного фахівця, спроможного навчатися впродовж життя, а також переорієнтація освіти від знаннєвої моделі на компетентнісну зумовили необхідність теоретичного обґрунтування змісту й структури однієї з ключових компетентностей, до яких належить математична. Методологічний рівень розв'язання порушеної проблеми має реалізовувати метод сходження від абстрактного (загального) до конкретного (часткового), посутньо враховувати специфіку математики, віддзеркалену в її змісті та методах дослідження. Тут, на нашу думку, потребує вирішення гостре *протиріччя між зовнішніми проявами математичної компетентності та браком дидактичного, а тому й методичного препарування, що враховувало б внутрішні ресурси особистості в структурі такої компетентності.* Дотепер не досить вивченим залишається питання про дуальну природу математичної компетентності, а її зміст і структура потребують новітнього наукового переосмислення.

Аналіз досліджень. Студіювання психолого-педагогічних праць дає підстави для висновку, що математична компетентність належить як до предметних, так і ключових компетентностей. Вона тлумачиться як: інтегративне утворення особистості, що включає математичні та загальнонавчальні знання, уміння, навички, досвід математичної та навчальної діяльності, особистісні якості (Головань, 2014: 36); якість особистості, яка поєднує в собі математичну грамотність та досвід самостійної математичної діяльності (Зінченко, 2009: 169); уміння бачити та застосовувати математику в реальному житті, розуміти зміст і метод математичного моделювання, уміння будувати математичну модель, досліджувати її методами математики, інтерпретувати отримані результати, оцінювати похибку обчислень (Раков, 2005: 15).

До структури математичної компетентності дослідниками віднесено: мотиваційний, когнітивний, діяльнісний, ціннісно-рефлексивний, емоційно-вольовий структурні компоненти (Головань, 2014: 38); мотиваційно-ціннісний, когнітивний, операційно-технологічний та рефлексивний

компоненти (Зінченко, 2009: 172); процедурну, логічну, технологічну, дослідницьку, методологічну компетентність (Раков, 2005: 25).

Отже, дослідники акцентують увагу на знаннях, уміннях, навичках і особистісних якостях, виокремлюють структурні компоненти математичної компетентності, що дають змогу успішно провадити математичну діяльність. Водночас для вирішення зазначеної проблеми послуговуємося вченням про внутрішні й зовнішні прояви компетентності, їх тривимірні структури (Семенець, 2018: 252).

Мета статті полягає у визначенні структури й змістових характеристик зовнішнього прояву математичної компетентності, побудові його декартової інтерпретацій.

Виклад основного матеріалу. Поділяючи думки про варіативність і різноплановість трактувань понять «компетентність» і «компетенції», вважаємо, що в першому випадку йдеться про характеристики якості особистості як суб'єкта діяльності, а в другому – про специфіку діяльності суб'єкта. Тому, на нашу думку, *компетентність – це інтегрована характеристика якості особистості як суб'єкта діяльності в певній галузі (сфері виробництва).* Натомість *компетенції – це змістові та нормативно-функціональні характеристики діяльності суб'єкта, що окреслюють коло його повноважень, установлюють нормативні функції в соціумі* (Семенець, 2018: 251).

Зважаючи на зміст родової категорії та специфіку математики як науки і навчальної дисципліни, *математична компетентність – це інтегрована характеристика якості особистості як суб'єкта діяльності в галузі математики, завдяки якій упроваджуються основні компоненти математичної структури (поняття, відношення, аксіоми), формулюються і доводяться математичні твердження (теореми), формулюються та розв'язуються задачі на побудову, дослідження і реалізацію математичних моделей, а також виконуються самоаналіз, самоконтроль, самокорекція і самооцінка процесу та результатів математичної (навчально-математичної) діяльності, планується її подальший зміст.*

До математичних компетенцій відносимо змістові та нормативно-функціональні характеристики математичної (навчально-математичної) діяльності суб'єкта, що окреслюють коло його фахово-математичних повноважень, установлюють нормативно-математичні функції в соціумі.

У представленій роботі концептуальним є положення про дуальну природу математичної компетентності, у якій її двоїсті феноменологічні характеристики мають зовнішні та внутрішні прояви. До зовнішнього прояву математичної компетентності відносимо соціально прийняті виміри та їх характеристики, що дають змогу судити про компетентність особистості в галузі математики.

Зовнішній прояв математичної компетентності розкладається в базисі трьох вимірів. Тривимірна структура зовнішнього прояву математичної компетентності представляється змістово-теоретичним, процесуально-діяльним і референтно-комунікативним вимірами (рис. 1). У просторовій декартовій інтерпретації значення координат (абсциса – X, ордината – Y, апліката – Z) визначають місце (вагомість) тієї чи іншої змістової характеристики у вимірах математичної компетентності.

Змістово-теоретичний вимір формують системні математичні знання, що розкривають зміст компонентів математичної структури. Це знання,

що конструюються за схемою: *основні математичні поняття (відношення) та їх інтерпретації* \Leftrightarrow *основні положення математичної теорії (аксіоми), теореми та їх реалізації* \Leftrightarrow *наслідки математичної теорії та їх інтерпретації* \Leftrightarrow *математичні моделі як результат розв'язування задач практичної діяльності*. У наших дослідженнях обґрунтовано, що повноцінне формування таких знань досягається на теоретичному рівні пізнання із залученням теоретичних методів дослідження (історичного й логічного, аксіоматичного й системного, моделювання та сходження від абстрактного до конкретного), завдяки актуалізації науково-теоретичного типу мислення і математичних здібностей (Семенець, 2015).

Процесуально-діяльний вимір являє узагальнені способи логіко-математичних дій у процесі розв'язування задач у галузі математики. Психологічні засади процесуально-діяльного виміру окреслюються діяльним підходом і концепцією навчально-математичної діяльності. Зазначимо, що розв'язування навчально-математичних задач здійснюється відповідно до третього типу орієнтування в завданні (теорія про поетапне формування розумових дій і прийомів розумової діяльності) й передбачає виконання змістово-теоретичних дій: *аналізу, абстрагування, узагальнення, планування, рефлексії*. Завдяки цьому

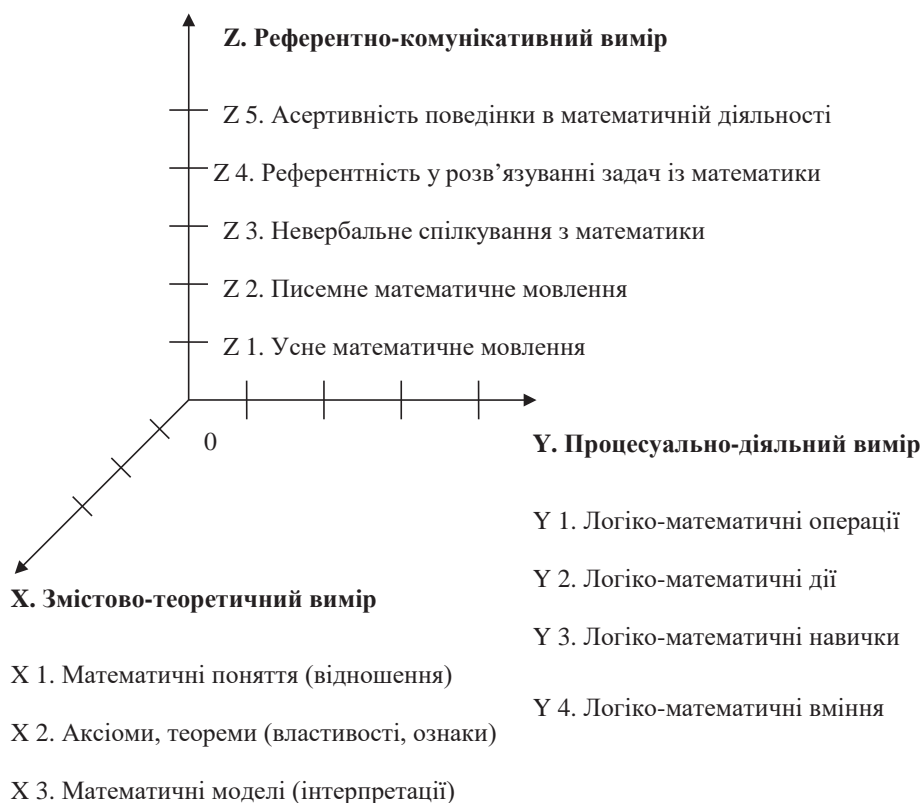


Рис. 1. Тривимірна структура зовнішнього прояву математичної компетентності

конструюються навчально-математичні моделі, формуються узагальнені способи дій у процесі розв'язування типових задач із математики. Тоді часткові задачі з математики розв'язуються згідно з логікою сходження від абстрактного (загального) до конкретного (часткового), що передбачає покрокову реалізацію навчально-математичних моделей на етапі формування навичок і вмінь. Власне кажучи, розвиток навчально-математичної діяльності репрезентує дворівневі структурно-функціональні трансформації: на першому рівні – логіко-математичні операції \Leftrightarrow логіко-математичні дії, на другому – логіко-математичні навички \Leftrightarrow логіко-математичні вміння.

Референтно-комунікативний вимір слугує фактором суб'єкт-суб'єктних і міжособистісних відносин, засвідчує приналежність суб'єкта математичної діяльності до референтної групи, що має визначальний вплив на його точку зору, судження, оцінку й поведінку. Важливою складовою частиною цього виміру є математичне спілкування, що враховує тип співрозмовника (мобільний чи ригідний). Простежується тісний взаємозв'язок двох різновидів математичного мовлення: усне математичне мовлення слугує основою розвитку писемного, а розвинене писемне математичне мовлення позитивно впливає на усне. Розкриваючи роль референтно-комунікативного виміру, важливо зазначити, що математичне мовлення є віддзеркаленням математичного мислення і навпаки – математичне мислення відображається в математичному мовленні. Невербальна форма математичного спілкування забезпечується немовними комунікативними засобами (жести, міміка, вираз обличчя, кінесика, постава та ін.). Варто зазначити, що невербальні засоби математичного спілкування нерідко мають більше значення для комунікації, аніж мовленнєві. У спілкуванні вони можуть бути носієм лівової частки інформації, як-от: у навчанні математики відомо достеменно, що знати формулювання математичного поняття чи теореми ще не означає їх розуміти (вміти застосовувати).

Умовою конструктивного математичного спілкування, установлення міжособистісних (суб'єкт-

суб'єктних) відносин є асертивність як спроможність особистості відстоювати власну позицію, не порушуючи при цьому прав інших людей. Насправді асертивність суб'єкта математичної діяльності проявляється в його здатності визнати власні помилки та адекватно реагувати на критику, опановувати свої емоції, мати власну точку зору, її обґрунтовувати, шанобливо ставлячись до інших. Зважаючи на вищезазначене, референтно-комунікативний вимір математичної компетентності тісно пов'язаний з актуальною проблемою соціалізації особистості, зокрема з питанням про її два типи: особистість, яка повністю функціонує, та особистість, яка є непристосованою (за К. Роджерсом).

Висновки. Проведене дослідження дає змогу зробити такі висновки:

1. Зовнішній прояв математичної компетентності має три базові виміри. Тривимірна структура зовнішнього прояву математичної компетентності представляється змістово-теоретичним, процесуально-діяльним і референтно-комунікативним вимірами. Співвідношення кількості змістових характеристик встановлених вимірів віддзеркалює ознаку єгипетського трикутника (прямокутного трикутника зі співвідношенням сторін 3 : 4 : 5), сторони якого утворюють найпростішу трійку Піфагора.

2. Ранжування показників на кожному з трьох вимірів дає змогу констатувати, що зовнішній прояв математичної компетентності найбільшою мірою розкривають математичні моделі, логіко-математичні вміння й асертивність поведінки в математичній діяльності. Натомість засадничими показниками зовнішніх проявів математичної компетентності є математичні поняття (відношення), логіко-математичні операції та усне математичне мовлення.

3. Зовнішній прояв математичної компетентності, його виміри, місце й значущість феноменологічних характеристик (показників) представляється декартовою інтерпретацією в просторі.

Структурі та змісту внутрішніх проявів математичної компетентності будуть присвячені наші подальші дослідження.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Головань М. С. Математична компетентність: сутність та структура. *Науковий вісник Східноєвропейського національного університету*. 2014. № 1. С. 35–39.
2. Зіненко І. М. Визначення структури математичної компетентності учнів старшого шкільного віку. *Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології*. 2009. № 2. С. 165–174.
3. Раков С. А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ : монографія. Харків : Факт, 2005. 360 с.
4. Семенець С. П. Тривимірні структури зовнішнього та внутрішнього проявів компетентності. *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія : «Педагогіка. Соціальна робота»*. 2018. Випуск 2 (43). С. 250–254.
5. Семенець С. П. Методологія і теорія розвивального навчання математики : монографія. Житомир : О. О. Євенок, 2015. 236 с.

REFERENCES

1. Holovan, M. S. Matematychna kompetentnist: sutnist ta struktura [Mathematical competence: essence and structure]. *Scientific Bulletin of the Eastern European National University*, 2014. Nr 1. Pp. 35–39 [in Ukrainian].
2. Zinenko, I. M. Vyznachennia struktury matematychnoi kompetentnosti uchniv starshoho shkilnoho viku [Determination of the structure of mathematical competence of pupils of senior school age]. *Pedagogical sciences: theory, innovative technologies*, 2009. Nr 2. Pp. 165–174 [in Ukrainian].
3. Rakov, S. A. Matematychna osvita: kompetentnisnyi pidkhid z vykorystanniam IKT: monohrafiia [Mathematical education: a competent approach using ICT]. Kharkiv : Fakt, 2005. 360 p. [in Ukrainian].
4. Semenets, S. P. Tryvymirni struktury zovnishnoho ta vnutrishnoho proiaviv kompetentnosti [Three-dimensional structures of external and internal manifestations of competence]. *Uzhgorod University Scientific Bulletin. Series: "Pedagogy. Social work"*, 2018. Vyp 2 (43). Pp. 250–254 [in Ukrainian].
5. Semenets, S. P. Metodolohiia i teoriia rozvyvalnoho navchannia matematyky: monohrafiia [Methodology and theory of developmental teaching of mathematics]. Zhytomyr : O. O. Yevenok, 2015. 236 p. [in Ukrainian].